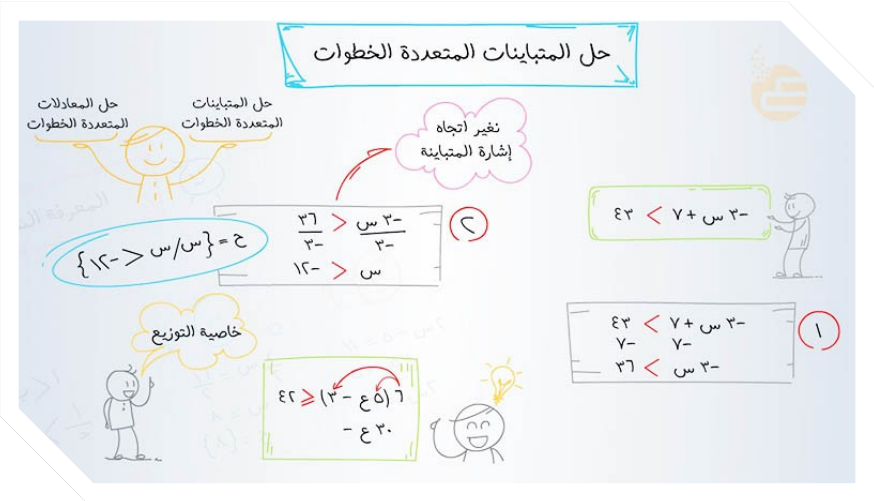
بحث عن

حل المتباينات المتعددة الخطوات

المادة : .....



عمل الطالب

.....

الصف : .....

مقدمة

في مسيرة تعلم الجبر، تُشـكل **المتباينات المتعـددة الخطـوات (Multi-Step Inequalities)** التحدي الطـبيعي التـالي بعـد إتقـان المتباينات ذات الخطوة الواحدة. هذه المتباينات، التي تتضمن أكثر من عملية رياضية واحـدة، تُقـدم سـيناريوهات أكـثر واقعيـة تُعـبر عن قيـود مركبة، حيث لا تكون العلاقة بين الكميـات مجـرد مقارنـة بسـيطة، بـل تتضمن تداخلات من الجمـع والطـرح والضـرب والقسـمة والتوزيـع. إن القدرة على حل هذه المتباينات تُعد مهـارة أساسـية تُمكننـا من تحديـد مجموعات القيم التي تُرضي شروطًا متعددة في آن واحـد. هـذا البحث سيُفصـل المبـادئ والخطـوات المنهجيـة اللازمـة لفـك شـفرة هـذه المتباينات المعقدة، مع التأكيد على القواعد الحاسمة التي تُفـرق بينهـا وبين المعادلات، خاصة عند التعامل مع الأعداد السـالبة. إن إتقـان حـل المتباينات المتعددة الخطـوات يُعـزز التفكـير التحليلي، ويُجهـز الطلاب لمعالجة مشكلات رياضية وعلميـة وهندسـية أكـثر تعقيـدًا تتطلب فهمًـا عميقًا للعلاقات اللامتساوية.

مراجعة سريعة للمتباينات ومفاهيمها الأساسية

قبل الغوص في المتباينـات المتعـددة الخطـوات، من المهم اسـتعراض المبادئ الأساسية للمتباينات بشكل عام:

<u>المتباينــة (Inequality)</u>: عبــارة رياضــية تُقــارن بين قيمــتين أو تعبيرين باستخدام إحدى علامات عدم التساوي. على عكس المعـادلات التي تبحث عن قيمة محددة للمتغير، تُحدد المتباينات نطاقًا من القيم.

<u>علامات المتباينة</u>:

- **أصغر من (<):** تعني أن القيمة اليسرى أقل من القيمة اليمنى.
- **أكبر من (>):** تعني أن القيمة اليسرى أكبر من القيمة اليمنى.
- **أصغر من أو تساوي (≤):** تعني أن القيمـة اليسـرى أقـل من أو تساوي القيمة اليمنى.
- **أكبر من أو تساوي (≥):** تعـني أن القيمـة اليسـرى أكـبر من أو تساوي القيمة اليمنى.

حل المتباينة: هو مجموعة كل القيم الـتي يُمكن أن يتخـذها المتغـير لجعل المتباينة صحيحة. تُمثل مجموعة الحل غالبًا على خـط الأعـداد أو باستخدام الترميز الفتري.

الخصائص الأساسية للعمليات على المتباينات (مراجعة وتأكيد)

تُطبــق على المتباينــات نفس العمليــات الجبريــة الــتي تُطبــق على المعـادلات، ولكن مـع قاعـدة حاسـمة تخص الضـرب والقسـمة على الأعداد السالبة.

خاصية الإضافة والطرح: إذا أضفنا أو طرحنـا نفس الكميـة من كلا طرفي المتباينة، فإن **اتجاه علامة المتباينة لا يتغير**.

- مثال: إذا كان س زائد 3 أكبر من 7، فإن س زائـد 3 نـاقص 3 أكـبر من 7 ناقص 3، أي س أكبر من 4.

خاصية الضرب والقسمة على عدد موجب: إذا ضـربنا أو قسـمنا كلا طرفي المتباينــة على نفس الكميــة **الموجبة**، فـإن **اتجاه علامـة المتباينة لا يتغير**.

- مثال: إذا كان 2س أصغر من 10، فإن 2س مقسومًا على 2 أصــغر من 10 مقسومًا على 2، أي س أصغر من 5.

خاصية الضرب والقسمة على عدد سالب: إذا ضــربنا أو قسـمنا كلا طرفي المتباينــة على نفس الكميــة **السالبة**، فـإن **اتجـاه علامـة المتباينة ينعكس**.

- مثال: إذا كان سالب 3س أصغر من 12، فإن سالب 3س مقســومًا على سالب 3 **أكبر من** 12 مقسـومًا على سـالب 3، أي س أكـبر من سالب 4.
- هذه القاعـدة هي الأهم والأكـثر شـيوعًا للخطـأ في حـل المتباينـات. يجب الانتباه جيدًا لإشارة العدد الذي يتم به الضرب أو القسمة.

خطوات حل المتباينات المتعددة الخطوات

يشبه حل المتباينات المتعددة الخطوات حل المعادلات المتعددة الخطوات، ولكن مع الانتباه المستمر لعلامة المتباينة وتغيير اتجاهها عند الضرورة. الهدف هو عزل المتغير في أحد طرفي المتباينة.

النهج المنهجي (تتبع نفس ترتيب حل المعادلات، مع الانتباه لإشارة الضرب والقسمة):

1. **تبسيط كل طرف من أطراف المتباينة (إن وجد):**
   - **تطبيق خاصية التوزيع:** إذا كان هناك رقم أو متغير مضروبًا في قوسين، قم بتوزيع الضرب على الحدود داخل القوسين.
   - **تجميع الحدود المتشابهة:** اجمع أي حدود متشابهة في نفس الطرف من المتباينة.
   - **مثال:** 5س زائد 8 ناقص 2س أكبر من 20 نجمع الحدود المتشابهة: 3س زائد 8 أكبر من 20.
2. **نقل الحدود الثابتة (الأرقام) إلى جانب واحد من المتباينة:**
   - استخدم العملية العكسية للتخلص من أي ثوابت موجودة في نفس طرف المتغير. إذا كانت مضافة، اطرحها. إذا كانت مطروحة، اجمعها. افعل ذلك على كلا الطرفين.
   - **مثال:** 3س زائد 8 أكبر من 20 نطرح 8 من كلا الطرفين: 3س زائد 8 ناقص 8 أكبر من 20 ناقص 8 3س أكبر من 12.
3. **نقل المتغيرات إلى جانب واحد من المتباينة (إذا كانت موجودة في كلا الطرفين):**
   - إذا كان المتغير موجودًا في كلا طرفي المتباينة، انقل جميع الحدود التي تحتوي على المتغير إلى طرف واحد، عادةً الطرف الأيسر. استخدم عمليات الجمع أو الطرح.
   - **مثال:** 5س ناقص 3 أصغر من 2س زائد 9 نطرح 2س من كلا الطرفين: 5س ناقص 2س ناقص 3 أصغر من 2س ناقص 2س زائد 9 3س ناقص 3 أصغر من9.
4. **عزل المتغير (التخلص من المعامل):**

- استخدم العملية العكسية للتخلص من المعامل (العدد المضروب في المتغير).
- إذا كان المعامل مضروبًا، اقسم كلا الطرفين عليه.
- إذا كان المعامل مقسومًا، اضرب كلا الطرفين فيه.
- **تذكر القاعدة الذهبية:** إذا كان العدد الـذي تقسـم أو تضـرب عليه **سالبًا**، **اعكس اتجاه علامة المتباينة**.
- **مثال:** 3س أكبر من 12 نقسم كلا الطـرفين على 3 (مـوجب): 3س مقسومًا على 3 أكبر من 12 مقسومًا على 3 س أكـبر من 4.

5. **التحقق من الحل (اختياري ولكن موصى به):**

- اختر قيمة واحدة تقع ضمن مجموعة الحـل الـتي حصـلت عليهـا وعوضها في المتباينة الأصلية.
- اخـتر قيمـة واحـدة لا تقـع ضـمن مجموعـة الحـل وعوضـها في المتباينة الأصلية.
- يجب أن تجعـل القيمـة الأولى المتباينـة صـحيحة، بينمـا تجعـل القيمة الثانية المتباينة خاطئة.
- **مثـال:** إذا كـان الحـل س أكـبر من 4، اخـتر 5 (صـحيح) و 3 (خطأ).

أمثلة تطبيقية متنوعة على حل المتباينات المتعددة الخطوات

دعونا نطبق هذه الخطوات على أمثلة أكثر تعقيدًا:

مثال 1: متباينة تتضمن توزيعًا وجمعًا

حل المتباينة: 2 مضروبًا في (س زائد 3) ناقص 5 أكـبر من أو تسـاوي 15

1. **تبسيط الطرف الأيسر (توزيع):** 2س زائد 6 ناقص 5 أكبر من أو تساوي 15 2س زائد 1 أكبر من أو تساوي 15

2. **نقـل الحـدود الثابتـة:** نطـرح 1 من كلا الطـرفين: 2س زائـد 1 ناقص 1 أكبر من أو تساوي 15 نـاقص 1 2س أكـبر من أو تسـاوي 14
3. **عزل المتغير:** نقسم على 2 (عدد موجب): 2س مقسـومًا على 2 أكبر من أو تساوي 14 مقسومًا على 2 س أكبر من أو تساوي 7
4. **مجموعة الحل:** س أكبر من أو تساوي 7.
    - **التمثيل البياني:** دائرة مغلقة عند 7، وسهم يتجه لليمين.

مثال 2: متباينة تتضمن متغيرات في كلا الطـرفين ومعامـل سالب

حل المتباينة: 7 ناقص 4س أصغر من 3س زائد 21

1. **تبسيط الأطراف:** لا يوجد تبسيط أولي.
2. **نقل المتغيرات إلى جانب واحـد:** (يمكن نقـل 4س إلى اليمين لتجنب المعامل السالب مؤقتًا، أو نقل 3س إلى اليسار) لنقــل 3س إلى اليسار: نطرح 3س من كلا الطرفين. 7 ناقص 4س ناقص 3س أصغر من 3س ناقص 3س زائد 21 7 ناقص 7س أصغر من 21
3. **نقل الحدود الثابتة:** نطرح 7 من كلا الطرفين: 7 ناقص 7 ناقص 7س أصغر من 21 ناقص 7 سالب 7س أصغر من 14
4. **عزل المتغير (قسمة على سالب):** نقسم على سالب 7 (عـدد ســالب). **نعكس علامــة المتباينة**. ســالب 7س مقســومًا على سالب 7 **أكبر من** 14 مقسومًا على سالب 7 س أكـبر من سـالب 2
5. **مجموعة الحل:** س أكبر من سالب 2.
    - **التمثيل البياني:** دائرة مفتوحة عند سـالب 2، وسـهم يتجـه لليمين.

تطبيقات المتباينات المتعددة الخطوات في الحياة الواقعية

المتباينات المتعددة الخطوات قوية جدًا في نمذجة وحل المشكلات التي تتضمن شروطًا متعددة أو قيودًا معقدة:

1. **الخطط المالية والميزانيات:** تحديد الدخل المطلوب لتحقيق هدف مالي معين بعد خصم النفقات الثابتة والمتغيرة.
   - مثال: تريد شركة أن يكون صافي ربحها الشهري (بعد خصم المصاريف الثابتة 5000 دولار و 25 بالمائة من الإيرادات كمصاريف تشغيل) أكبر من 10000 دولار. إذا كانت الإيرادات الشهرية هي (إ)، فما هو الحد الأدنى للإيرادات؟ إ ناقص 5000 ناقص 0.25 إ أكبر من 10000 0.75 إ ناقص 5000 أكبر من 10000 0.75 إ أكبر من 15000 إ أكبر من 15000 مقسومًا على 0.75 إ أكبر من 20000 دولار.
2. **تخطيط المشاريع والأعمال:** تحديد عدد الموارد أو الساعات اللازمة لإكمال مشروع ضمن قيود زمنية أو ميزانية.
   - مثال: تحتاج إلى إنتاج 500 قطعة. تنتج الآلة أ 20 قطعة في الساعة، والآلة ب 15 قطعة في الساعة. إذا عملت الآلة أ لمدة 10 ساعات، فكم ساعة (س) يجب أن تعمل الآلة ب لإنتاج 500 قطعة على الأقل؟ (20 مضروبًا في 10) زائد (15 مضروبًا في س) أكبر من أو تساوي 500 200 زائد 15س أكبر من أو تساوي 500 15س أكبر من أو تساوي 300 س أكبر من أو تساوي 20 ساعة.
3. **الفيزياء والهندسة:** تحليل الأنظمة التي تخضع لقوى أو شروط متعددة.
   - مثال: يجب أن تكون سرعة سيارة (ع) زائد سرعة الرياح (ر) أقل من سرعة قصوى معينة.
4. **الصحة والتغذية:** حساب احتياجات السعرات الحرارية أو العناصر الغذائية مع الأخذ في الاعتبار مستويات النشاط المختلفة.

- مثـال: حسـاب الحـد الأقصـى لعـدد الوجبـات الخفيفـة الـتي يمكن تناولها مع الحفاظ على إجمالي السـعرات الحراريـة اليوميـة ضـمن حد معين بعد تناول الوجبات الرئيسية.

5. **تحديـد النطاقـات المسـموح بهـا:** تحديـد القيم المسـموح بهـا لمتغير ما في سيناريو معين، مثل نطاق درجة حرارة التشغيل الآمن لجهاز كهربائي.

الخاتمة

تُعـد المتباينـات المتعـددة الخطـوات تجسـيدًا للعلاقـات المعقـدة الـتي تُصادفنا في الرياضيات والعالم الحقيقي. إن إتقان منهجيـة حلهـا، بـدءًا من تبسيط الأطراف، مرورًا بنقل الحدود، وصولًا إلى عزل المتغير مـع الانتباه الحاسم لقاعدة عكس علامة المتباينة عنـد الضـرب أو القسـمة على عدد سالب، هو مهارة جوهريـة. لا تقتصـر أهميـة هـذه المتباينـات على قدرتها على حل المسائل الجبرية فحسب، بل تُعزز أيضًـا التفكـير النقــدي والتحليلي، ممــا يُمكننــا من فهم القيــود، وتحديــد النطاقــات المحتملة، واتخاذ القرارات في مواقـف الحيـاة اليوميـة والعلميـة الـتي تتطلب فهمًا عميقًا للعلاقات اللامتسـاوية. تُشـكل المتباينـات المتعـددة الخطوات خطوة متقدمة في رحلة تعلم الجبر، وتُعد أساسًا لبناء نماذج رياضية أكثر تعقيدًا في المستقبل.